電気・電子工学基礎

日本文理大学医療専門学校　診療放射線学科　長野宣道

第１回　分数計算

分数計算は合成抵抗や合成静電容量を求める問題をはじめ、電気・電子の全範囲を解くための基本的事項です。したがって多少複雑な繁分数式の解法についても必ずマスターしておくことが必要です。

1．分数の足し算と引き算

(1)　同一分母の場合は分母をそのまま共通として分子を加減する。

【例題1】 $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{1+3}{5}=\frac{4}{5}$　　公式① $\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{b+c}{a}$

(2)　分母が異なる場合は通分し、分母を同じにしてから計算する。

☞ 通分 ：分母と分子に適当な数を掛けて、各分数の分母を同一にすること。このとき各分数の値は変えない。

【例題2】 $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2\times5}{3\times5}-\frac{1\times3}{5\times3}=\frac{10}{15}-\frac{3}{15}=\frac{10-3}{15}=\frac{7}{15}$　　公式② $\frac{b}{a}-\frac{d}{c}=\frac{bc}{ac}-\frac{ad}{ac}=\frac{bc-ad}{ac}$

2．分数の掛け算

2 個以上の分数の掛け算 (積) を求めるには、分母同士の積を分子とし、分母同士の積を分母とする。

【例題3】 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2\times1}{3\times5}=\frac{2}{15}$　　公式③ $\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}$

3．分数の割り算

除数の分子・分母を逆にして掛け算をする。

☞ 除数 ：割算記号の後にくる数 (分数) 。

【例題4】 $\frac{2}{3}\div\frac{1}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{5}{1}=\frac{2\times5}{3\times1}=\frac{10}{3}$　　公式④ $\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad}$

4．繁分数

割り算の基本にしたがって計算する。ただし、分子や分母の中に分数・整数の計算が入っている場合は、それらを先にすませる。

☞ 繁分数 ：分数の分母・分子の一方、あるいは両方がさらに分数の形をとる分数を繁分数という。

【例題5】 $\frac{2}{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}=\frac{2}{\frac{2}{10}+\frac{5}{10}}=\frac{2}{\frac{7}{10}}=2\div\frac{7}{10}=2\times\frac{10}{7}=\frac{20}{7}$

5．帯分数

帯分数が計算に含まれている場合は通常の分数の形に直して計算する。

☞ 帯分数 ：$2\frac{3}{5}=2+\frac{3}{5}$ のように整数と分数を加えてできた分数。

【例題6】 $2\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=(2+\frac{2}{5})\times\frac{1}{5}=(\frac{10}{5}+\frac{2}{5})\times\frac{1}{5}=\frac{12}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{12}{25}$

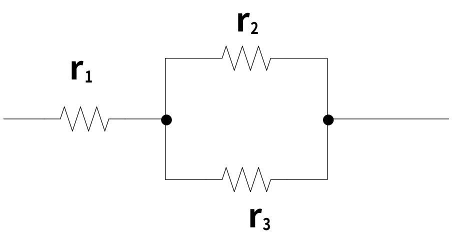
基本問題

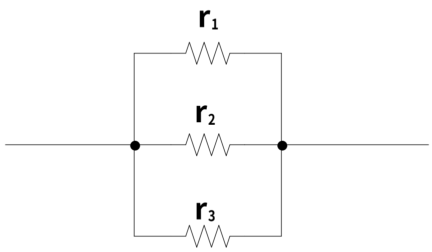
1．次の分数式を計算せよ。

（1） $\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{b}{a}$　（2） $\dfrac{bc}{a}\times\dfrac{b}{c}$　（3） $\dfrac{1}{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}}$　（4） $a+\dfrac{1}{\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}}$　（5） $\dfrac{1}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}}$

解答　（1）　1　（2） $\dfrac{b^2}{a}$　（3） $\dfrac{ab}{b-a}$　（4） $\dfrac{ab+bc+ca}{b+c}$　（5） $\dfrac{abc}{ab+bc+ca}$

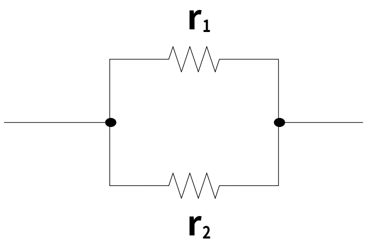
2．抵抗 $r_1=1[\Omega]$, $r_2=3[\Omega]$, $r_3=5[\Omega]$ の 3 個を用いて図のように，（a），（b）の接続をした場合，合成抵抗はそれぞれいくらになるか．





（a ）　$\dfrac{23}{8}[\Omega]$　　（b）　$\dfrac{15}{23}[\Omega]$

解法アドバイス



（1）　**抵抗の直列接続**

$$R=r_1+r_2$$

（2）　**抵抗の並列接続**

$$R=\dfrac{1}{\dfrac{1}{r_1}+\dfrac{1}{r_2}}$$

電気・電子工学基礎講座

日本文理大学医療専門学校　診療放射線学科　長野宣道

第2回　4月25日(火)，4月27日(木)

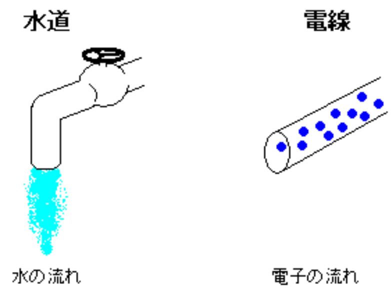
2－1　(4月25日)　　電流・電圧・抵抗の考え方

☞　**電気が電線やコンピュータ内を流れる　⇒　そこには電流が流れている。　電気の勉強のスタート！**

1.　電流

(1)　電流

電流は、水道のパイプの中(川)を流れる水流をイメージしてください。
水流は五感で感じられますが、電流は視覚的には見えません。
このように電流は分かりづらいものです。



電流は導線内の電子(electron)の流れで、この電子は原子の中の非常に小さい粒子です。

電子(e)の質量と電荷

質量　：　m＝ 9.1×10^{-31} [kg]

電荷　：　e ＝ 1.60×10^{-19} [C]

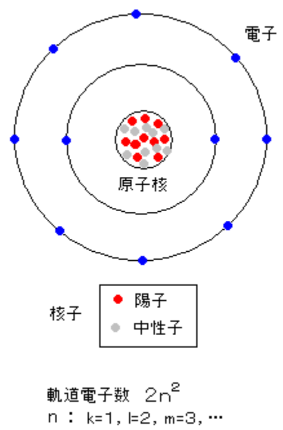
【例題1】　電子1gの個数は？

$$\frac{1}{9.1\times10^{-28}[g]}=1.0989\times10^{27}[個]$$

☞　1億個(10^{8})の1億倍(10^{16})、その1億倍(10^{24})、そのまた1000倍(10^{27})とは、人間の眼で見ることができない日常感覚をはるかに超えた(天文学的数字)小さな粒子です。　したがって、**原子の間を自由に移動**することができるのです。

《電子はどこにでもある》

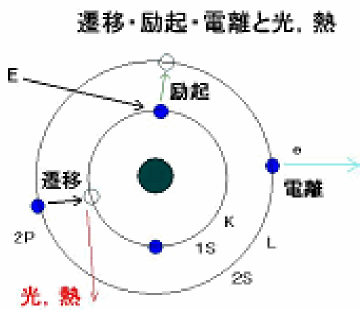
電子は皆さんの体の中、木や草の中、建物や金属、水の中、すべての構造物の中にあります。
原子核は＋電荷で－電荷の電子を引きつけています。



☞　原子核を取り巻く電子のうち、外側の電子(価電子)ほど原子核と引き合う力が弱く熱や電圧、光などの擾乱(秩序を乱す)エネルギーを受けると、原子から外へ飛び出しやすい。

《励起ならびに遷移と電離》

エナジー準位(レベル)を上げることを励起といい，
レベルが移り変わることを遷移という.
また，電子をレベルから解離するとき電離が起こる.



（2） 電荷 （charge）

・ 身近な電荷は静電気（車のドア、洋服、雷などは静電気の仕業）で、静電気は電荷のたまりです。

・ 自然に電荷がたまったものを静電気といい、人為的に電荷をためたものをコンデンサといいます。

電荷 ⇒ 電気の素 ⇒ 電気素量（1.6×10^{-19}[C]）

☞ 電気量は必ず電気素量の整数倍（1，2，3，････）

《負電荷と正電荷》

負電荷 ⇒ 電子の持つ電荷 －（1.6×10^{-19}[C]）　正電荷 ⇒ 電子が1つ抜けた原子の電化 ＋（1.6×10^{-19}[C]）

☞ 正負2種類の電荷の間には電気力（クーロン力）が働き、＋と－が一緒になれば電気力は0となる。

（3） 電荷の単位 Q[C] coulomb

電気の素である電荷、この電荷が移動すると電流になる。このイメージがつかめたらこれらを量的に計算するために、大きさと単位を決めておく。

《電流と電荷の関係式》

電荷の量 Q　単位 [C] Coulomb

電流の量 I　単位 [A] Ampere

時間 t　単位 [s] second [秒]

で表すと、電流は $I = \frac{Q}{t}[C/s]$ となり、「**単位時間に移動した電荷量**」で表されます。

1[A] とは、1秒間に1[C] の電荷が流れている状態です。

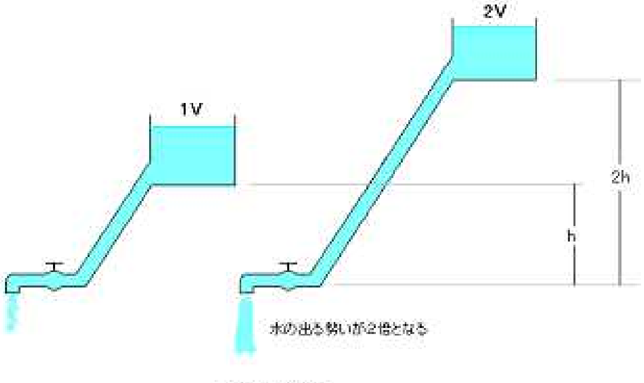
［問題2］ 10[C] の電荷が2秒間流れたら何Ａか。

$$\frac{10}{2} = 5[A]$$

☞ 電流Ｉの大きさは、時間 ｔ で割ることで電荷Ｑ（電子）の流れる勢いを表している。

2． 電圧

水を高くくみ上げた貯水槽の高さをイメージ。高くなるほど水の落ちるエネルギーは高くなります。



水圧と電位差

① 1V のとき

$$I = \frac{V}{R}$$

② 2V のとき

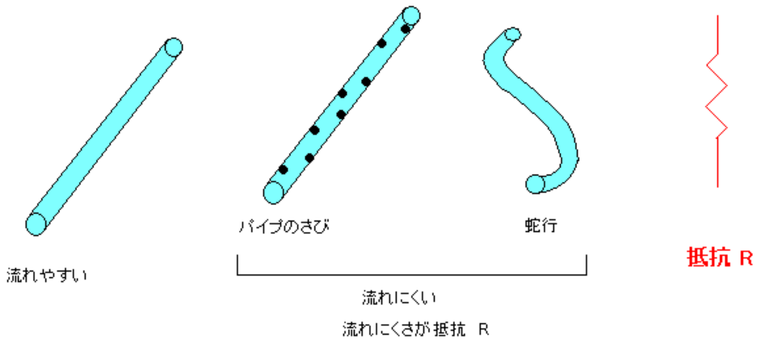
$$I = \frac{2V}{R} = 2\cdot\frac{V}{R}$$

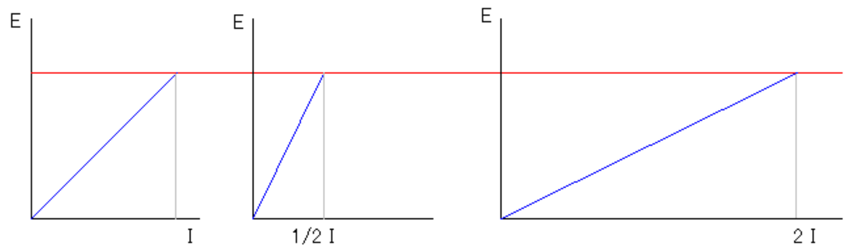
電流は①の2倍となる。

☞ 出口が同じ大きさの蛇口では、水圧（高さ）が2倍になると水流（水の出る勢い）は2倍となります。

3. 抵抗

水が流れる水路の折れ曲がりや、川の流れを妨げる大きな岩。





傾きは回路の抵抗で**回路定数**となる

E＝R×I　：R　は回路の中の抵抗成分で　回路定数　という。(回路の特徴をあらわす)

☞ **抵抗は上記の電圧･電流の関係グラフの直線の傾きである。**

２－２　(4月27日)　　式の展開

1.　式の展開

・　**式の展開**

式の展開とはかっこをはずすこと。

多項式(２つ以上の項)の積(掛け算)を単項式(１つの項)の和の形で表すことを展開という。

なお同類項があればまとめて簡単にすること。

【例題】

２ａ(２ｂ＋ｃ)＝４ａｂ＋２ａｃ

・　**同類項**

文字の部分が同じである項。

【例】

$3x^2y$　と　$5x^2y$　は同類項である。

・　**文字式の約束**

① 乗法記号×は省く。　ａ×ｂ＝ａｂ

② 文字と数の積では数字を前に出す。　ａ×(－２)＝－２ａ

③ 同じ文字の積は累乗の形にする。　$a\times a\times b\times b=a^2b^2$

④ 除法記号÷は使用せず、分数の形にする。　ａ÷ｂ＝ａ/ｂ

《乗法公式》

1.　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

2.　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

3.　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$　　$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

4.　$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

5.　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$　　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

6.　$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$　　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

7.　$(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$

2． 基本問題

【例題1】 次の式を計算せよ．

(a) $$\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy-y^2}\times\frac{x-y}{x^2+xy}=\frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)(x-y)}\times\frac{(x-y)}{x(x+y)}=\frac{1}{x}$$ **解答** $\frac{1}{x}$

(b) $$\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}\div\frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}=\frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)}\div\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}=\frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)}\times\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}=\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}$$

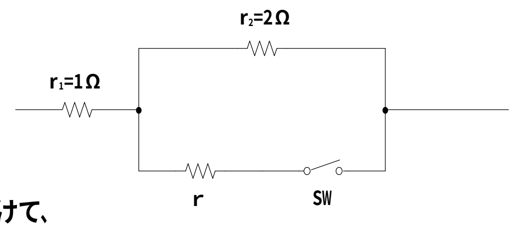
解答 $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}$

(1) 抵抗の直並列回路の計算

端子電圧を一定とし、SW を閉じたときの電流 I が SW を開いたときの 2 倍となるような抵抗 r を求めよ。

☞ **解法アドバイス**

SW を閉じたときの合成抵抗を R、開いたときの合成抵抗を R' とすると



$R=1+\frac{2r}{2+r}$ … ①　　$R'=1+2=3$ … ②

$R=\frac{1}{2}R'$ となれば題意を満足するので

$1+\frac{2r}{2+r}=1.5$ … ③　　③式の両辺に （2＋r） をかけて、

$1\,(2+r)+2r=1.5\,(2+r)$　　展開して整理する。

$2+r+2r=3+1.5r$

$3r-1.5r=3-2$

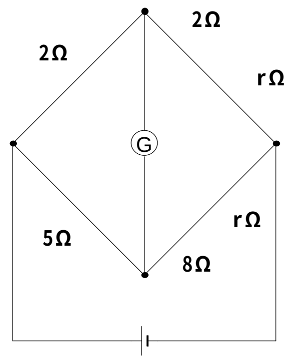
$1.5r=1$

$\therefore\quad r=\frac{1}{1.5}\cong 0.667$　　**解答** $r=\frac{1}{1.5}\cong 0.667[\Omega]$

(2) ブリッジ回路の計算

検流計 G の振れが 0 となるような抵抗 r の値を求めよ。

☞ **解法アドバイス**　対角線の抵抗値の積を同値とする。



ブリッジの平衡条件より

$2\,(8+r)=5\,(2+r)$

両辺を展開して整理する

$16+2r=10+5r$

$16-10=5r-2r$

$6=3r$

$\therefore\quad r=2$　　**解答** $r=2\,[\Omega]$

日本文理大学医療専門学校　診療放射線学科　長野宣道

第3回　因数分解

- 因数分解は展開の逆操作をすることであり、因数分解をマスターするには、まず、展開について十分理解しておくこと。
- 因数分解は直観力と熟練を必要とするが、専門学校の電気計算では基本公式さえマスターしておけば十分対応できる。
- 因数分解は文字式の変形などに適用されるほか、二次方程式の解法にもしばしば用いられる計算手法である。
- 複合同順では±の記号で上同士、下同士を組み合わせること。

1．因数分解

一つの式がいくつかの式の積の形に書かれるとき、各々の式をもとの式の因数という。また、一つの式をいくつかの因数の積の形に表すことを因数分解するという。

☞　因数分解は展開の逆操作をすることである。

（例）　$x^2 - y^2$　を因数分解すると　$(x+y)(x-y)$　となる。　因数は　$(x+y)$　と　$(x-y)$　である。

2．因数分解の手順

因数分解の一般的手順は次のとおりである。

（1）　公式があてはまるかを調べる。

①　共通因数は早く、くくりだす。

（例）　$ax^2 - ay^2 = a(x^2 - y^2) = a(x+y)(x-y)$

②　簡単な式を一つの文字のようにまとめて考える。

（例）　$(2x+y)^2 - (x-3y)^2$　を　$X = 2x+y$，　$Y = x-3y$　と考えれば　$X^2 - Y^2 = (X+Y)(X-Y)$　と因数分解できる。

（2）　公式がすぐにあてはまらない場合は、次の手順で調べる。

①　一つの文字に着目して整理する。

（例）　$xy - x + y - 1 = x(y-1) + y - 1 = (x+1)(y-1)$

②　三次以上の式では、置き換え、組み合わせ、項の加減などにより公式が当てはまるかどうか調べる。

（例）　$a^6 - b^6 = (a^3)^2 - (b^3)^2 = (a^3+b^3)(a^3-b^3) = (a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

因数分解の公式　　複合同順

①　$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

②　$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

③　$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

④　$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

⑤　$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

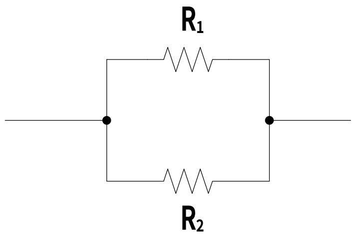
⑥　$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$

［例題1］　2個の抵抗 R_1,R_2 がある。この二つを直列につないだときの合成抵抗は 50[Ω]，並列につないだときの合成抵抗は 12[Ω]になるという。2個の抵抗値 R1,R2 の値を求めよ。

解法アドバイス

（1）　抵抗の直列接続

$$R_{total} = R_1 + R_2$$



（2）　抵抗の並列接続

$$R_{total} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

-------------------------- 解答 -------------------------------------

2個の抵抗 R_1,R_2 を直列につないだときの合成抵抗 $R_{total}1$ は

$$R_{total}1 = R_1 + R_2 = 50[\Omega] \quad \cdots \text{①}$$

並列につないだときの合成抵抗 $R_{total}2$ は

$$R_{total}2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 12[\Omega] \quad \cdots \text{②}$$

①式より　R_2 は

$$R_2 = 50 - R_1 \quad \cdots \text{③}$$

③式を②式に代入して

$$\frac{R_1 \cdot (50 - R_1)}{R_1 + (50 - R_1)} = \frac{50R_1 - R_1{}^2}{50} = 12 \qquad \therefore \quad 50R_1 - R_1{}^2 = 50 \times 12$$

式を整理して

$$R_1{}^2 - 50R_1 + 600 = 0 \quad \cdots \text{④}$$

左辺を　$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$　の公式を使って因数分解すると、aとbは－20と－30の組み合わせとなるので

$$R_1{}^2 - 50R_1 + 600 = (R_1 - 20)(R_1 - 30) = 0 \quad \cdots \text{⑤}$$

⑤式の方程式　$(R_1 - 20)(R_1 - 30) = 0$　を満足する解は　R_1＝20[Ω]，と R_1＝30[Ω]の2つとなる。

ここで、R_1　を①式に代入して R_2　を求める。

R_1＝20[Ω]　のとき　$R_2 = 50 - 20 = 30[\Omega]$

R_1＝30[Ω]　のとき　$R_2 = 50 - 30 = 20[\Omega]$

以上より求める2つの抵抗は、20[Ω]　と　30[Ω]　となる。

［例題2］ ある2つの抵抗 R_1,R_2 がある。この抵抗を直列に接続して 100[V]を加え電流値を測ると 4[A]が流れ、並列に接続して同じ電圧を加えると 25[A]が流れたという。2 つの抵抗はいくらか。

解法アドバイス　まず合成抵抗はいくらかを考える。

--------------------------- 解答 -------------------------------------

題意より、直列につないだときの合成抵抗は　$R=\frac{E}{I}$　より、

直列接続は　$\frac{100}{4}=25[\Omega]$　　並列接続は　$\frac{100}{25}=4[\Omega]$　となる。

したがって、2 個の抵抗 R_1,R_2 を直列につないだときの合成抵抗は

$R_1+R_2=25[\Omega]$　…　①

並列につないだときの合成抵抗は

$\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=4[\Omega]$　…　②

ここで、②式の両辺に　R_1+R_2　をかけると

$R_1\cdot R_2=4(R_1+R_2)$　…　③

①式より　$R_2=25-R_1$　であるので③式は

$R_1(25-R_1)=4\times 25$

$\therefore\quad {R_1}^2-25R_1+100=0$　…　④

④の左辺を因数分解して

$(R_1-20)(R_1-5)=0$

よって、R_1＝5[Ω], と R_1＝20[Ω]の 2 つとなる。

ここで、R_1 を①式に代入して R_2 を求める。

R_1＝5[Ω]　のとき　$R_2=25-5=20[\Omega]$

R_1＝20[Ω]　のとき　$R_2=25-20=5[\Omega]$

以上より求める2つの抵抗は、5[Ω]　と　20[Ω]　となる。

電気･電子基礎工学講座

日本文理大学医療専門学校 診療放射線学科 長野宣道

第4回 比例と反比例 (4月30日, 5月1日)

・ 電気, 電子や物理の学習範囲の中には比例 (∝) あるいは反比例 (∝$^{-1}$) の関係にある物理量が数多くある. 国家試験の出題範囲では, これらから直接解答が得られるような問題は少ないが, 問題を解くための出発点となるので比例と反比例とはどういう関係をいうのかおさえておきたい.

1. 比例関係 ∝

1) 関連する2つの量 x と y があり, x が2倍, 3倍 … となるにしたがって y も2倍, 3倍 … となる関係を

“y は x に比例する”

という.

2) 比例関係にある2つの量を関係式で表すと,

$y = ax$ ･･･① a は0でない定数

となる. ここで a を比例定数といい, この関係をグラフに表すと図1のようになる. a は直線の傾きに等しい.

［例］ $y = 5x$ では, y は x に比例し, 比例定数 (傾き) は 5 となる.

3) 比例の関係について別の表し方をすれば ①式 を書き直して, $\dfrac{y}{x} = a$,

すなわち比例関係では $\dfrac{y}{x}$ が一定の関係をとる関係である.

2. 反比例 ∝$^{-1}$

1) 関連する2つの量 x と y があって, x が2倍, 3倍…となるにしたがって, y の値が 1/2倍, 1/3倍 … となる関係を

“y は x に反比例する”

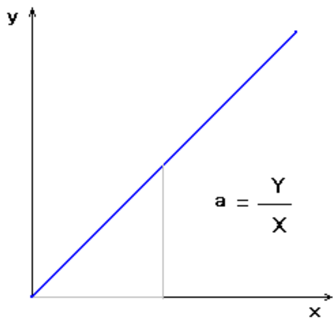
という.

2) 反比例関係にある2つの量を式で表すと,

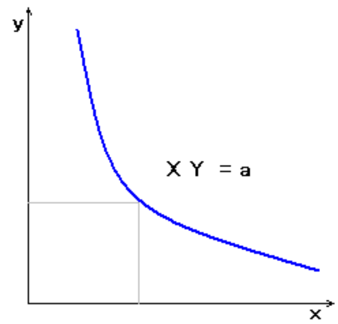
$y = \dfrac{a}{x}$ ･･･ ② a は0でない定数

となる. ここで a を比例定数といい, この関係をグラフに表すと図1のようになる.

3) ②式は x y ＝ a となり, 反比例の関係では 積 x y が一定の値をとる関係となる.



比例 (∝)



反比例(∝$^{-1}$)

［例題1］ 次の中で y が x に比例するもの, および反比例するものを選び出せ. また比例定数はいくらか.

(1) $y = -2x$　(2) $y = 2x + 2$　(3) $2y - 5x = 0$　(4) $x = 5y$

(5) $x = \dfrac{2}{y}$　(6) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{1}{y}$　(7) $x \cdot y = -1$　(8) $\dfrac{y}{x} = 3$

比例，反比例関係の例

1．オームの法則

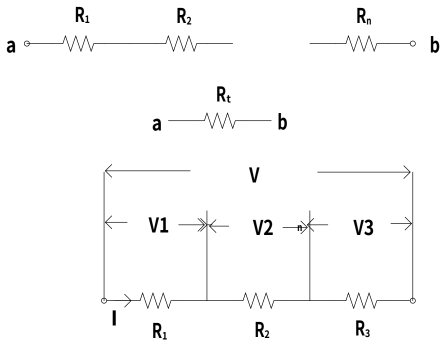
電流 I [A] は加えた電圧 V [V] に比例し，抵抗 R [Ω] に反比例する．

$$I = \frac{V}{R}[A] \qquad V = RI[V] \qquad R = \frac{V}{I}[\Omega]$$

2．抵抗 R とコンダクタンス G

抵抗 R とコンダクタンス G は反比例関係にある．

$$R = \frac{1}{G}[\Omega] \qquad G = \frac{1}{R}[S]$$



3．抵抗の直列接続

(1)　直列合成抵抗 ： ab端子間の合成抵抗 Rt は

$$Rt = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n[\Omega]$$

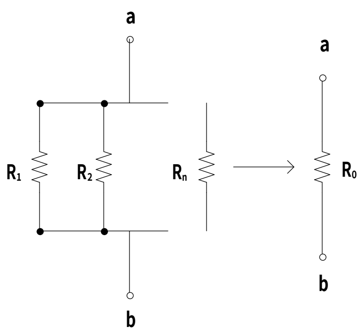
(2)　分圧 ： 全電圧は各抵抗に比例して分圧される．

$$V_1 = IR_1 \qquad V_2 = IR_2 \qquad V_3 = IR_3 \qquad V_1 : V_2 : V_3 = R_1 : R_2 : R_3$$

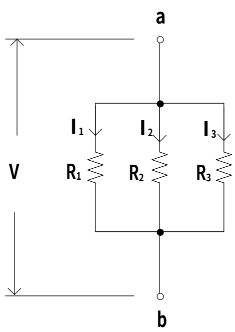
4．抵抗の並列接続

(1)　並列合成抵抗 ： ab端子間の合成抵抗 Rt は

$$Rt = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}[\Omega]$$



並列合成抵抗



並列合成抵抗の分流

(2)　分流： 全電流は各抵抗に反比例して分流される．

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \qquad I_2 = \frac{V}{R_2} \qquad I_3 = \frac{V}{R_3} \qquad I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

日本文理大学医療専門学校　診療放射線学科　長野宣道

第5回　一次方程式　6月6日（火曜日），8日（木曜日）　　21号館2番教室にて

一次方程式

⑴　方程式

値の分からない文字（未知数）を含む等式（＝の形で表した式）を方程式という．

根 ： 方程式内の文字の値．

元 ： 未知数を表す文字．　元の種類がいくつあるかにより，一元，二元，三元などという．

次数 ： 未知数のうちで最大の次数で表す．

［例］

$2x+1=0$　　（一元一次方程式）

$2x+3y=5$　　（二元一次方程式）

$x^2+4x=10$　　（一元二次方程式）

☞ 元が2つ以上の方程式を解くには，元の数と同じ数の方程式が必要となる．

⑵　方程式の解き方

方程式を解くには，次の 「等式の性質」 を使う．

① 等式の両辺に同じ数を加えても等式は成立する．

A ＝ B　ならば　A + C ＝ B ＋ C

② 等式の両辺から同じ数を引いても等式は成立する．

A ＝ B　ならば　A － C ＝ B － C

③ 等式の両辺に同じ数をかけても等式は成立する．

A ＝ B　ならば　A･C ＝ B･C

④ 等式の両辺を　0　でない同じ数で割っても等式は成立する．

A ＝ B　ならば　A/ C ＝ B/C　（ ただし C≠0 ）

【 基本問題 】

⑴　$x+3=0$　　⑵　$x-3=-4$

⑶　$-\dfrac{x}{8}=2$　　⑷　$-2x=5$

⑸　$2-5x=4$　　⑹　$-15=3x-6$

☞ **移項**

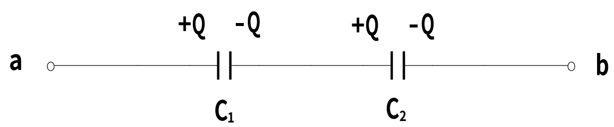
一方の辺にある項を “符号を変えて他方に移す” こと．

方程式の応用問題

【 練習問題 1 】 静電容量 2[μF] のコンデンサに他のコンデンサを直列に接続し，合成静電容量を 1.5[μF] にするためには，いくらの静電容量［μF］のコンデンサが必要となるか．

a - b 間 の電位差は

$$V_{ab} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)Q$$



合成静電容量は

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

C_1 と C_2 の静電容量を直列に接続すれば、その合成静電容量 C は

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad \cdots ①$$

ここで，$C_1 = 2$ μF，$C_2 = 1.5$ μF とすれば

$$1.5 = \frac{2C_2}{2 + C_2} \quad \cdots ②$$

② の両辺に 2＋C_2 を掛けて方程式を解くと

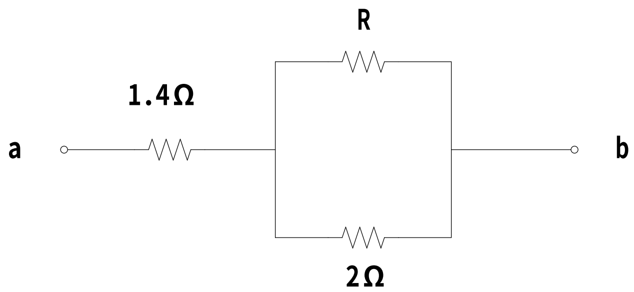
$$1.5\,(2 + C_2) = 2C_2$$
$$3 + 1.5C_2 = 2C_2$$
$$0.5C_2 = 3$$
$$C_2 = 6$$

<u>ANS 6［μF]</u>

【 練習問題 2 】 図の ａｂ間 の合成抵抗が 3[Ω] になるような R の値はいくらか．

ａｂ間 の合成抵抗は

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2}} + R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$



合成抵抗を R_0 とすれば

$$R_0 = 1.4 + \frac{2R}{2 + R} \quad \cdots ①$$

ここで，R = 3 [Ω] を上式に代入して，

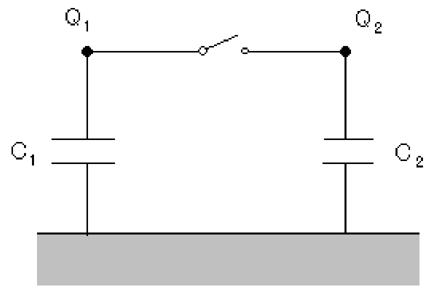
$$3 = 1.4 + \frac{2R}{2 + R}$$

両辺に （2＋R） を掛けて方程式を解くと

$$3(2 + R) = 1.4(2 + R) + 2R$$
$$6 + 3R = 2.8 + 1.4R + 2R$$
$$0.4R = 3.2$$
$$R = 8$$

<u>ANS 6 [Ω]</u>

【練習問題 3】 静電容量 C_1＝4μF，C_2＝8μF の2個の導体にそれぞれ電荷 Q_1＝2μC および Q_2＝7μC を与え，両者を細い導線で接続したところ，電荷が一方の導体から他方の導体へ移動して電気的つり合い状態となった．
この場合，移動した電気量はいくらか．



解法

$Q = CV \qquad V = \dfrac{Q}{C}$ より

C_2 から C_1 に q[μC] の電荷が移動したと仮定して方程式を立てると，接続後の両導体の電位は等しいことにより

$$V = \frac{Q_1 + q}{C_1} = \frac{Q_2 - q}{C_2} \quad \cdots ①$$

①式に C_1＝4μF，Q_1＝2μF，C_2＝8μF，Q_2＝7μF を代入して

$$\frac{2+q}{4} = \frac{7-q}{8} \quad \cdots ②$$

②式の両辺に 8 を掛けて分数式を整数式に直すと

$$2(2+q) = 7 - q$$

左辺を展開して整理すると

$$4 + 2q = 7 - q$$
$$3q = 3$$
$$\therefore q = 1$$

したがって，C_2からC_1へ移動した電気量は 1[μC] である

電気･電子基礎工学講座

日本文理大学医療専門学校　診療放射線学科　長野宣道

第6回　連立一次方程式　6月13日(火曜日)，15日(木曜日)　　21号館2番教室にて

連立一次方程式

(1)　連立方程式

2つ以上の未知数を含むいくつかの方程式を連立方程式といい，このいずれの方程式をも同時に満たす変数の値を求めることを「連立方程式を解く」という．

連立方程式を解くには未知数の数だけ方程式が必要である．

(2)　連立方程式の解き方

①　代入法

連立方程式の一つの方程式を一つの文字について解き，それを他の方程式の代入して未知数が一つ少ない連立方程式を導く．

以下，これを繰り返して未知数の値を求める．

【例題】

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots(1) \\ 2x+y=3 & \cdots(2) \end{cases}$$

(1) を　y　に付いて解くと

$y=2-x$　…(3)

これを(2)式に代入して，

$2x+2-x=3$

これより　x＝1．　次に　x＝1　を(3)式に代入して　y　を求めると，　y＝1

したがって解は

x＝1，　y＝1

②　加減法

連立方程式の1つの文字の係数の絶対値をそろえ辺々を加えたり引いたりして，未知数の一つ少ない連立方程式を導く．

以下，これを繰り返して未知数の値を求める．

【例題】

$$\begin{cases} x+y=2 & \cdots(1) \\ 2x+y=3 & \cdots(2) \end{cases}$$

(1)　－(2)　とすれば

$$-\begin{cases} x+y=2 & \cdots(1) \\ 2x+y=3 & \cdots(2) \end{cases}$$

－x　＝－1　　∴　x＝1

これを(1)式に代入して　1＋y＝2　　∴　y＝1

[基本問題]　次の連立方程式を解け

(1) $\begin{cases} 4x+3y=11 \\ 2x-7y=-3 \end{cases}$

　4ｘ ＋ 3ｙ ＝11 …①

－) 4ｘ －14ｙ ＝－6

　　17ｙ ＝17　　　∴ ｙ＝1

　ｙ＝1を①式に代入して ｘ を求めると ｘ＝2 となる.

(2) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-2y=0 \end{cases}$

　代入法により ｘ＝2ｙ

$$2(2y)+y=5$$
$$4y+y=5$$
$$y=1$$

ｙ＝1を ｘ－2ｙ＝0 に代入して ｘ－2＝0 ∴ｘ＝2

(3) $\begin{cases} y=x+1 \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{2y}{5}=1 \end{cases}$ ☞ 分数は整数に直すと解りやすい.

　x/5+2y/5=1 の両辺を 5 倍して ｘ＋2ｙ＝5 ∴ｘ＝5－2ｙ を ｙ＝ｘ＋1 に代入する.

　ｙ＝(5－2ｙ)＋1　3ｙ＝6　∴ ｙ＝2

　ｙ＝ｘ＋1 に ｙ＝2 に代入して

　2＝ｘ＋1 ｘ＝2－1＝1　∴ ｘ＝1

(4) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=6 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}=9 \end{cases}$ ☞ $\dfrac{1}{x}$ $\dfrac{1}{y}$ を新しい変数に置き換える.

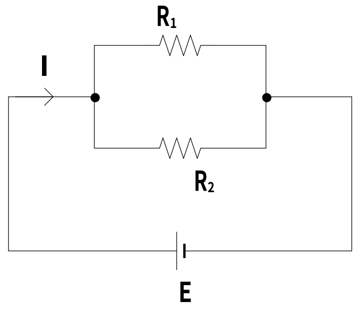
　x=1/3， y=-1/3

連立方程式の応用問題

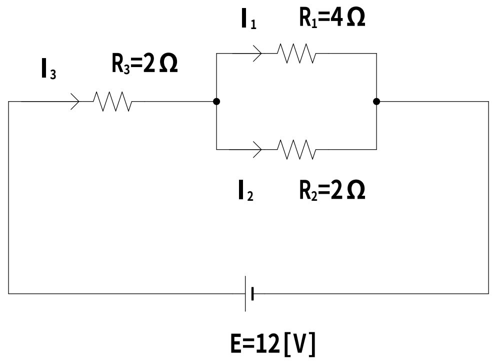
問題1．　図のような回路で全電流を表す式として正しいのは次のうちどれか．

(1) $\dfrac{E}{R_1+R_2}$　　(2) $\dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2}E$　　(3) $(R_1+R_2)E$

(4) $\dfrac{E}{\sqrt{R_1R_2}}$　　(5) $\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)^{-1}E$

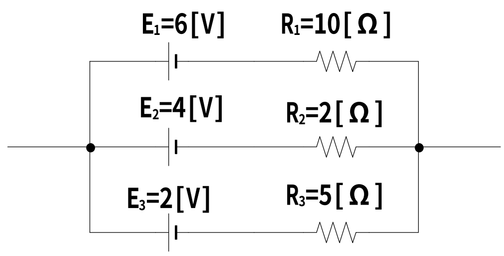


問題2．　図のように抵抗R_1，R_2を並列にした回路に直列に抵抗R_3を接続した端子にEの電圧を加えたときのR_1に流れる電流[A]を求めよ．



解　1. 2[A]

問題3．　図のような直流回路において抵抗R2に流れる電流[A]はいくらか．次のうち正しいものを選べ．ただし，電池の内部抵抗は無視するものとする．



解　1/8[A] = 0.125[A]

日本文理大学医療専門学校　診療放射線学科　長野宣道

第7回　キルヒホッフの法則と連立方程式および行列式

6月20日(火曜日)，22日(木曜日)　　　21号館2番教室にて

(1)　2次の行列式

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

(2)　2次の行列式の応用

$$\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}$$ **の解は** $$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1b_2 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1c_2 - c_1a_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

(3)　3次の行列式

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2) - (a_1b_3c_2 + a_2b_1c_3 + a_3b_2c_1)$$

(4)　3次の行列式の応用

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$ **の解は** $$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$ **とおき**

$$x = \frac{1}{D} \cdot \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad y = \frac{1}{D} \cdot \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad z = \frac{1}{D} \cdot \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

次の連立方程式を行列式を使って解け．

問題1

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ x + 2y + 5z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

問題2

$$\begin{cases} x + y \qquad = -1 \\ \qquad y + 2z = 5 \\ 3x \quad + z \ = 10 \end{cases}$$

問題1

$$\begin{cases} x+y+z=5 \\ x+2y+5z=7 \\ 2x-3y+2z=1 \end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}=1\times2\times2+1\times5\times2+1\times(-3)\times1-1\times2\times2-1\times1\times2-1\times(-3)\times5=4+10-3-4-2+15=20$$

$$x=\frac{1}{D}\cdot\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}=\frac{1}{20}\cdot\{5\times2\times2+1\times5\times1+1\times7\times(-3)-1\times2\times1-1\times7\times2-5\times(-3)\times5\}=\frac{1}{20}\times63=\frac{63}{20}$$

$$y=\frac{1}{D}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & 7 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}=\frac{1}{20}\cdot\{1\times7\times2+5\times5\times2+1\times1\times1-1\times7\times2-5\times1\times2-1\times1\times5\}=\frac{1}{20}\times36=\frac{9}{5}$$

$$z=\frac{1}{D}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{20}\cdot\{1\times2\times1+1\times7\times2+5\times(-3)\times1-5\times2\times2-1\times1\times1-1\times(-3)\times7\}=\frac{1}{20}\times1=\frac{1}{20}$$

問題2

$$\begin{cases} x+y \qquad =-1 \\ \quad y+2z=5 \\ 3x \quad +z \ =10 \end{cases}$$

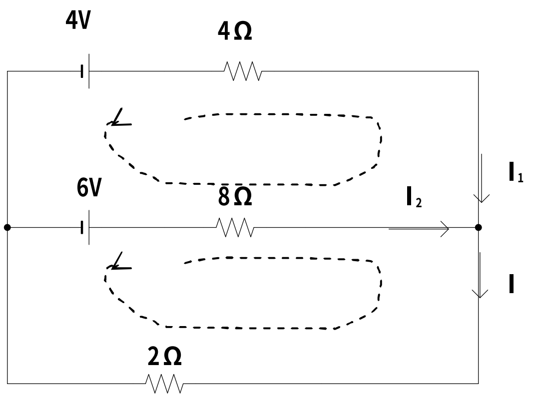
$$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}=1\times1\times1+1\times2\times3+0\times0\times0-0\times1\times3-1\times0\times1-1\times0\times2=7$$

$$x=\frac{1}{D}\cdot\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 10 & 0 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{7}\cdot\{-1+20+0-0-5-0\}=\frac{1}{7}\times14=2$$

$$y=\frac{1}{D}\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 3 & 10 & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{7}\cdot\{5-6+0-0-0-20\}=\frac{1}{7}\times(-21)=-3$$

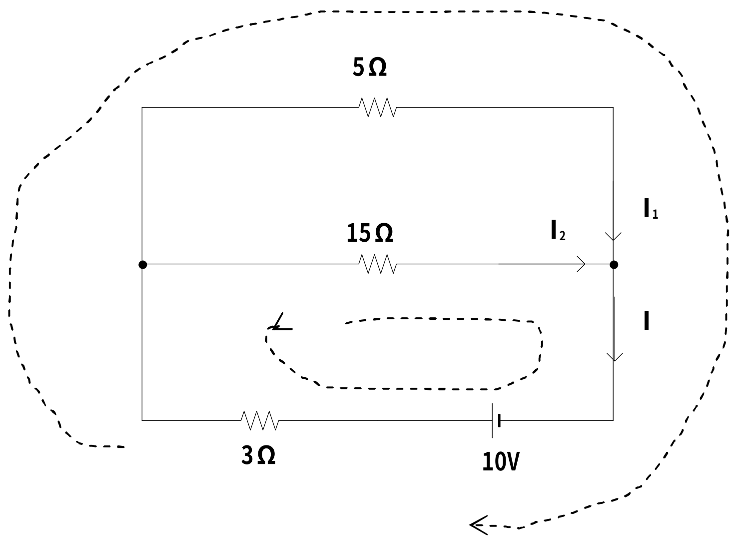
$$x=\frac{1}{D}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 10 \end{vmatrix}=\frac{1}{7}\cdot\{10+15+0-(-3)-0-0\}=\frac{1}{7}\times28=4$$

問題1．　次の回路の I_1, I_2 および I を行列式を用いて求めよ．



解答　$I_1=0.5A$　$I_2=0.5A$　$I=1A$

問題2．　次の回路の I_1, I_2 および I を行列式を用いて求めよ．



解答　$I_1=1.11A$　$I_2=0.37A$　$I=1.48A$